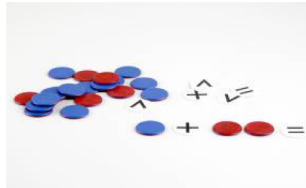


Darstellungsmittel im Mathematikunterricht

Kriterien zur Nutzung
beim Erwerb von Vorstellungen
zum Anzahlbegriff

Darstellungsmittel in der Mathematik

Veranschaulichungsmittel/
Rechenmittel/Erarbeitungsmittel



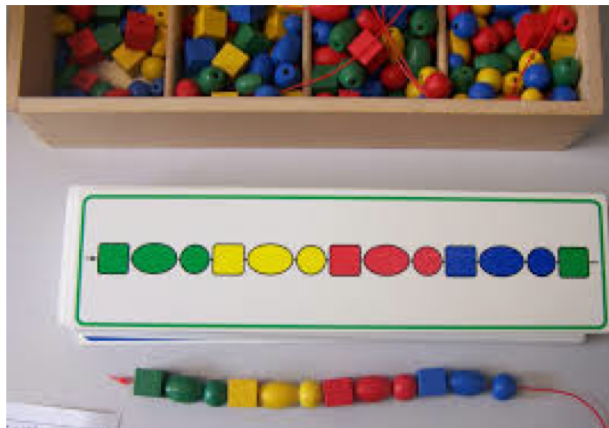
Plättchen, Klötze etc. können Repräsentanten für konkrete Umweltdinge sein (Personen, Tiere, Gegenstände) und sind somit
„gleichzeitig konkret und abstrakt und daher ideale Vermittler zwischen Realität und mathematischer Theorie“ (Wittmann in Krauthausen/Scherer 2003, 220).

Aber, auch das beste Material sorgt nicht von selbst dafür, dass das Kind die richtige mathematische Einsicht entwickelt!

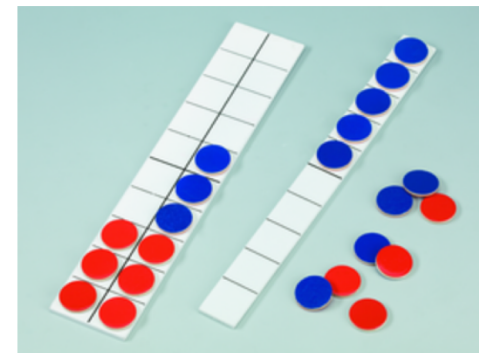


Unstrukturierte Materialien Mathematik

- Steckwürfel, Perlen mit und ohne Bündelung



- Wendeplättchen ohne und mit Bündelung

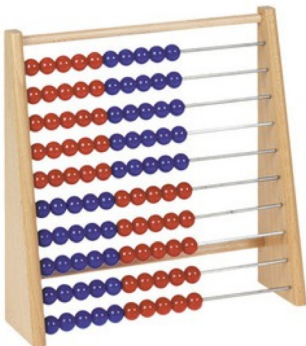


Strukturierte Materialien

- Mehrsystemblöcke (Dienes)



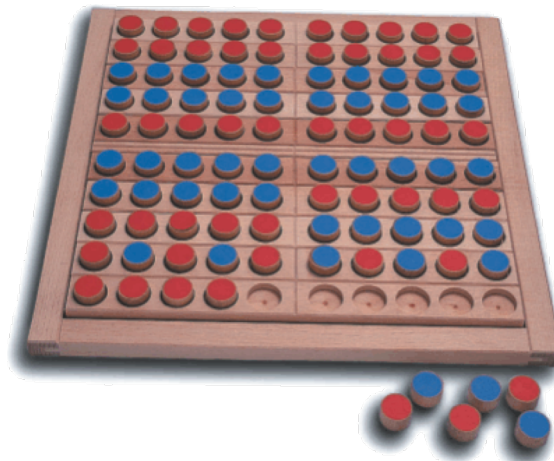
- 100er Rechenrahmen



- Cuisenaire-Stäbe



- 100 be-greifen



Aufgaben von Darstellungsmitteln

Veranschaulichungsmitteln/Rechenmitteln/Arbeitsmitteln

Mittel zur Zahldarstellung

- Konkrete Materialien und ikonische Darstellungen werden genutzt, um Anzahlen darzustellen und Mengen in Teilmengen zu zerlegen
- Bündeln von Anzahlen (Kraft der 5/10) zum quasi-simultanen Erfassen von Teilmengen großer Mengen
- Übergang vom zählenden zum nichtzählenden Rechnen
- Entwicklung von inneren Vorstellungen z.B. durch Verdecken

Mittel zum Rechnen

- Beziehungsaspekt (Teile-Ganzes-Prinzip) zwischen Anzahlen kann erfasst werden,
- verschiedenen Rechenoperationen können entwickelt, durchgeführt bzw. dargestellt werden
- Ermöglichen das Durchführen und Entwickeln eigener mathematischer Handlungen und eigener Rechenaufgaben
- Unterschiedliche Zugänge müssen möglich sein
- Materialien sollen Handlungen anbahnen, die vom zählenden Rechnen wegführen und operative Strategien (Zerlegen, Halbieren-Verdoppeln, Ergänzen) des Rechnens ermöglichen

Argumentations- und Beweismittel

- Eigene Vorgehensweisen können damit beschrieben und begründet werden. Mathematische Aussagen können hinterfragt und überprüft werden.
- Konkrete Handlungen oder ikonische Skizzen können Verbal- oder Schriftsprache ergänzen.

Sukzessive Loslösung vom Material

- die Sicht auf das Material und die Möglichkeit der konkreten Handlung wird zunehmend verringert. Zunächst dürfen die Kinder das Darstellungsmittel noch sehen, aber die Handlung nicht mehr konkret ausführen.
- Dann vollziehen sie einen Teil der Handlung in der Vorstellung und kontrollieren nach dem gedanklichen Vollzug mit Hilfe des Materials. *„Dies fordert vom Kind, sich die Handlung vorzustellen und erst durch das Vorstellen entstehen Strukturen, entsteht Wissen im Kopf“ (Lorenz, 2003, 94).*
- Die Lernenden werden aufgefordert ohne Sicht auf das Material zu sagen, mit welchen Materialhandlungen diese Aufgabe gelöst werden könnte.
- Die Lernenden zeichnen die Handlung (III + II.), die es nicht konkret ausführt.
- Alle Handlungen – konkret oder vorstellend – müssen sprachlich begleitet werden. Durch diese „Methode des lauten Denkens“ werden die Handlungen bewusster. Versprachlichungen sind von entscheidender Bedeutung für den Abstraktionsprozess; sie vermitteln zwischen Denken und Handeln. Die Lernenden sollen deshalb ihre Vorgehensweise erklären und begründen.

Der Rechenrahmen



Fördert

- die Einsicht in die Zehnerstruktur
- die Einsicht in die Gliederung der Zehner in Fünfer
- die Strategie des Zerlegens zweistelliger Summanden und Subtrahenden

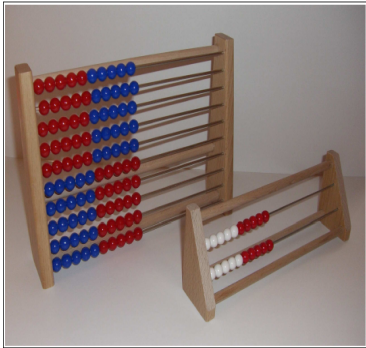
Erschwert

- den Überblick über die einzelnen Glieder der Addition oder Subtraktion
- das Bündeln und Entbündeln beim Rechnen, da die Zehner nicht als besondere Einheiten, sondern nur als Anordnung einzelner Perlen sichtbar sind
- das Erfassen des Ergebnisses, wenn die einzelnen Zahlen einer Rechnung getrennt geschoben werden:

..... .. 17 + 15

Schlussfolgerung:

Strukturiertes Rechnen mit dem Rechenrahmen erfordert gründliche Vorbereitung, Begleitung und Reflexion der kindlichen Rechenschritte; sonst verleitet das Schieben der einzelnen Perlen zum abzählenden Rechnen



Die Hundertertafel mit Zahlen

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- das geschickte Rechnen auf alternativen Wegen (Mengenzerlegung), da die Kästchen ordinale Bedeutung haben, keine kardinale

Fördert:

- das ordinale Zahlenverständnis (Vorgänger/ Nachfolger)
- das dekadische Zahlenverständnis
- das Entdecken dekadischer Analogien

Erschwert:

- das Bündeln und Entbündeln beim Rechnen
- ein kardinales Zahlenverständnis

Wendeplättchen und Zwanzigerfeld

Fördern:

- die Einsicht in die dekadische Struktur der Zahlen
- die Einsicht in die Kommutativität
- die Einsicht in Umkehraufgaben
- das geschickte Rechnen durch Zerlegen einer Anzahl
- das geschickte Rechnen durch alternative Rechenwege (Berechnen einer Differenz durch Abziehen oder Ergänzen: $12 - 7$ oder 7 bis 12)



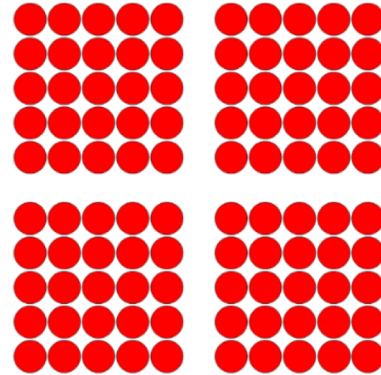
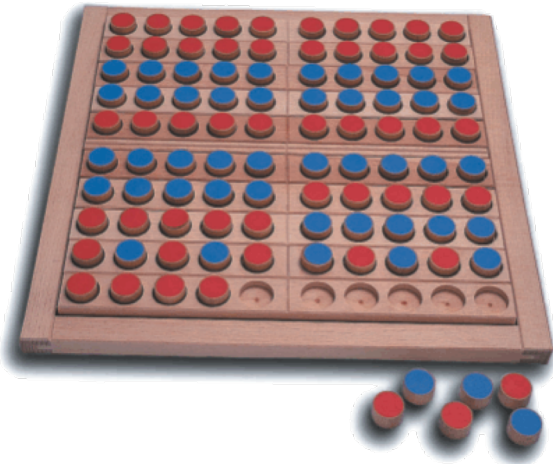
Jedoch nur, wenn die 20 Plättchen als in sich veränderbar gegliederte Einheit behandelt werden, nicht als sukzessiv hinzugefügte oder abgezogene Einzelne.

Letzteres begünstigt das zählende Rechnen!

Erschweren:

- das Rechnen mit größeren Anzahlen, da die Anzahl immer durch die einzelnen Plättchen aufgebaut werden muss
- das Bündeln und Entbündeln beim Rechnen (analog zum Rechenrahmen)

„100 be-greifen“ und 100er Tafel zum Zerlegen und Bündeln



Fördert:

- die Einsicht in die dekadische Struktur und die Menge 100
- das Zerlegen von Anzahlen
- Das Bündeln in 5er- und 10er-Strukturen

Erschwert:

- Das Rechnen mit größeren Anzahlen, wenn diese immer durch einzelne Plättchen aufgebaut werden müssen

Schütteldosen



Fördern:

- die Einsicht in die Mengenzergliederung bis 10
- die simultane Mengenauffassung
- die Einsicht in die Kommutativität
- die Einsicht in Umkehraufgaben
- die Speicherung dieser Einsichten als abrufbare Basisfakten (Automatisierung)



Ungeeignet für

- das Zerlegen von Mengen über 10 (bestenfalls noch 12)
- das Ermitteln von Rechenwegen (man sieht ja immer nur eine Teilmenge, deren Größe zudem zufällig ist)

Eierschachteln



Fördern:

- die Einsicht in die dekadische Zahlenstruktur (die Zehner sind sowohl als eigenständige Einheiten wie auch als Bündelung Einzelner sichtbar)
- die Einsicht in die Kommutativität
- die Einsicht in Umkehr- und Ergänzungsaufgaben
- die Strategie des Bündelns und Entbündelns beim Rechnen
- die Einsicht in alternative geschickte Rechenwege, da die Platzhalterfunktion der Eiermulden Ergänzungen (Auffüllen) übersichtlich macht, im Vergleich zweier Schachteln Verdoppelungen sichtbar werden und Strategien des gegen- und gleichsinnigen Veränderns erprobt werden können

Erschweren:

- die Übersichtlichkeit bei größeren Zahlen (nehmen viel Platz ein)
- die Einsicht in die symbolische Bedeutung des Rechenmittels als Zehner und Einer, da das Addieren und Subtrahieren der konkret-operationalen Struktur verhaftet bleibt (Hinzufügen, Herausnehmen von Eiern)

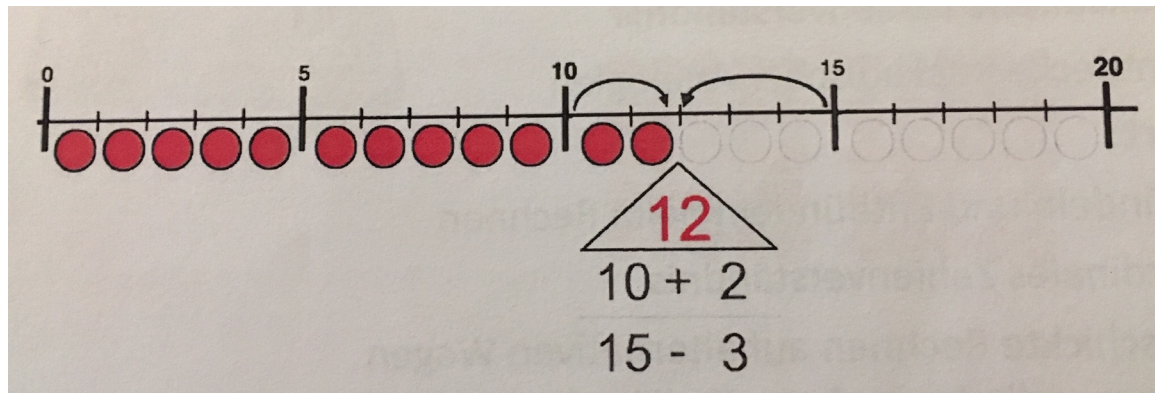
Zahlenstrahl

Fördert:

- die Einsicht in die ordinalen Aspekte des Zahlenbegriffs (Vorgänger, Nachfolger, Nachbarzehner, -hunderter...)
- die Einsicht in dekadische Analogien
- die Einsicht in die Unendlichkeit der natürlichen Zahlen

Erschwert:

- die Einsicht in kardinalen Zahlaspekte
- die eindeutige Orientierung: Zählen die Striche oder die Zwischenräume? Zählen die Striche der 0 und der Endzahl mit?
- den Erwerb strukturaler Konzeptionen: Die Anzahlen werden durch einzelne Sprünge ermittelt, Zerlegungen sind nicht möglich



Mehrsystemblöcke (Dienes)




Fördert:

- die Einsicht in das Bündeln und Entbündeln beim Rechnen
- die Einsicht in alternative geschickte Rechenwege

Erleichtert

- die Übertragung der Zahldarstellung durch das Material in eine zeichnerische Darstellung (einfach) und in die Stellenwerttafel

H	Z	E	
2	3	5	

Erschwert:

Begünstigt das zählende Rechnen innerhalb der einzelnen Stellenwerte (Einer, Zehner, Hunderter...), sofern mehr als 4 gezählt werden müssen, da eine Bündelung nur in der Zehnerstruktur vorliegt

Nützlich:

- Die Ergänzung des Materials um Fünferstangen
- Die Kombination des Materials mit einer Stellenwerttafel, auf die das Material gelegt wird (analog zum Rechenbrett nach Rödler)

Kutzer-Zug



Fördert:

- die Einsicht in die dekadische Zahlenstruktur
- die Einsicht in das Bündeln und Entbündeln als Rechenstrategie
- die Sicherheit in der Zerlegung des Zehners in Einer
- das Auffüllen und Entleeren des Zehners als Zerlegungsweg beim Rechnen über und unter den Zehner
- das simultane Erfassen der Einer innerhalb eines Zehnerwaggons, da die Einer in zwei Fünferreihen angeordnet sind

Erschwert:

- den Überblick über die Zahldarstellung, da die einzelnen Waggons in einer Reihe angeordnet sind und deshalb nur zählend zu ermitteln sind die Übertragung in ein Stellenwertsystem, da die Zahldarstellung nur bis 100 geht und konkret gegenständlich bleibt